

Сумма цифр числа

ЗАДАЧА 1. («Физтех», 2023, 8) Вася написал на доске натуральные числа N и $N + 1$. Он заметил, что сумма цифр каждого из этих чисел делится на 22. Оказалось, что N — наименьшее число, для которого это условие выполняется. Найдите сумму цифр числа N .

99

ЗАДАЧА 2. («Физтех», 2023, 9) Вася написал на доске натуральные числа N и $N + 1$. Он заметил, что сумма цифр каждого из этих чисел делится на 20. Оказалось, что N — наименьшее число, для которого это условие выполняется. Найдите сумму цифр числа N .

001

ЗАДАЧА 3. («Физтех», 2023, 10) Вася написал на доске натуральные числа N и $N + 2$. Он заметил, что сумма цифр каждого из этих чисел делится на 22. Оказалось, что N — наименьшее число, для которого это условие выполняется. Найдите сумму цифр числа N .

011

ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 2016, ШЭ, 10.6) Существует ли натуральное число, кратное 2015, сумма цифр которого равна 2015?

ЗАДАЧА 5. (ММО, 1993, 8.1) Обозначим через $S(x)$ сумму цифр натурального числа x . Решить уравнения:

а) $x + S(x) + S(S(x)) = 1993$;

б) $x + S(x) + S(S(x)) + S(S(S(x))) = 1993$.

ЗАДАЧА 6. Покажите, что

$$S(x + y) = S(x) + S(y) - 9p,$$

где p — число переходов через десяток при сложении чисел x и y в столбик.

ЗАДАЧА 7. (ММО, 2002, 8.2) Квадрат суммы цифр числа A равен сумме цифр числа A^2 . Найдите все такие двузначные числа A .

ЗАДАЧА 8. (ОММО, 2018.9) В десятичной записи чётного числа M участвуют только цифры 0, 2, 4, 5, 7 и 9, цифры могут повторяться. Известно, что сумма цифр числа $2M$ равняется 35, а сумма цифр числа $M/2$ равняется 29. Какие значения может принимать сумма цифр числа M ? Укажите все возможные ответы.

1E

ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2005, ОЭ, 8.5, 9.5) Известно, что сумма цифр натурального числа N равна 100, а сумма цифр числа $5N$ равна 50. Докажите, что N чётно.

ЗАДАЧА 10. (ММО, 1976, 7.3, 8.1) Существует ли такое натуральное число n , что сумма цифр числа n^2 равна 100?

ЗАДАЧА 11. (*Всеросс., 2001, ОЭ, 8.6*) Натуральное число n назовём *хорошим*, если каждое из чисел n , $n + 1$, $n + 2$ и $n + 3$ делится на сумму своих цифр. (Например, $n = 60398$ — хорошее.) Обязательно ли предпоследней цифрой хорошего числа, оканчивающегося восьмёркой, будет девятка?

ЗАДАЧА 12. (*Олимпиада Эйлера, 3Э, 2018.1*) Петя загадал натуральное число N , Вася хочет его отгадать. Петя сообщает Васе сумму цифр числа $N + 1$, затем сумму цифр числа $N + 2$ и т. д. Верно ли, что рано или поздно умный Вася сможет с гарантией установить Петино число?

ЗАДАЧА 13. (*Всеросс., 1999, 3Э, 9.1*) В числе A цифры идут в возрастающем порядке (слева направо). Чему равна сумма цифр числа $9 \cdot A$?

ЗАДАЧА 14. (*Всеросс., 1999, 3Э, 10.5*) Сумма цифр в десятичной записи натурального числа n равна 100, а сумма цифр числа $44n$ равна 800. Чему равна сумма цифр числа $3n$?

ЗАДАЧА 15. (*ММО, 2010, 10.4*) Сумма цифр натурального числа n равна 100. Может ли сумма цифр числа n^3 равняться 1000000?