Принцип крайнего

1. (*«Курчатов», 2019, 6.4*) Все делители натурального числа n выписали в строку в порядке возрастания от 1 до самого n. Оказалось, что предпоследнее число в строке в 101 раз больше второго. Для какого наибольшего n это возможно?

$\boxed{101^3}$

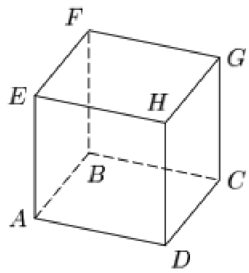
2. (*Московская устная олимпиада, 2008, 6.3*) Давным-давно страной Тарнией правил царь Ятианр. Чтобы тарнийцы поменьше рассуждали, он придумал для них простой язык. Его алфавит состоял всего из шести букв: А, И, Н, Р, Т, Я, но порядок их отличался от принятого в русском языке. Словами этого языка были все последовательности, использующие каждую из этих букв по одному разу.

Ятианр издал полный словарь нового языка. В соответствии с алфавитом первым словом словаря оказалось «Тарния». Какое слово следовало в словаре за именем Ятианр?

3. (*Московская устная олимпиада, 2013, 6.9*) В классе 27 учеников. Каждый из учеников класса занимается не более чем в двух кружках, причем для любых двух учеников существует кружок, в котором они занимаются вместе. Докажите, что найдется кружок, в котором занимаются не менее 18 учеников.

4. (*Математический праздник, 2000, 7.5*) В вершинах куба $ABCDEFGH$ расставлены натуральные числа так, что числа в соседних (по ребру) вершинах отличаются не более чем на единицу. Докажите, что обязательно найдутся две диаметрально противоположные вершины, числа в которых отличаются не более чем на единицу.

(Пары диаметрально противоположных вершин куба: A и G, B и H, C и E, D и F.)



5. (*Московская устная олимпиада, 2008, 7.7*) Артём коллекционирует монеты. В его коллекции 27 монет, причём все они имеют различный диаметр, различную массу и были выпущены в разные годы. Каждая монета хранится в отдельном спичечном коробке. Может ли Артём сложить из этих коробков параллелепипед $3 \times 3 \times 3$ так, чтобы любая монета была легче монеты, находящейся под ней, меньше монеты справа от нее и древнее той, которая находится перед ней?

6. (*Московская устная олимпиада, 2013, 7.9*) Каждый из учеников класса занимается не более чем в двух кружках, причем для любой пары учеников существует кружок, в котором они занимаются вместе. Докажите, что найдется кружок, в котором занимается не менее двух третей всего класса.

7. (*Московская устная олимпиада, 2011, 7.9*) Компьютеры №1, №2, №3, ..., №100 соединены в кольцо (первый со вторым, второй с третьим, ..., сотый с первым). Хакеры подготовили 100 вирусов, занумеровали их и в различное время в произвольном порядке запускают каждый вирус на компьютер, имеющий тот же номер. Если вирус попадает на незаражённый компьютер, то он заражает его и переходит на следующий в цепи компьютер с бо́льшим номером до тех пор, пока не попадёт на уже заражённый компьютер (с компьютера №100 вирус переходит на компьютер №1). Тогда вирус погибает, а этот компьютер восстанавливается. Ни на один компьютер два вируса одновременно не попадают. Сколько компьютеров будет заражено после того как все 100 вирусов совершат атаку?