

Неравенства в целых числах

1. (ММО, 1948, 9–10) Сколько различных целочисленных решений имеет неравенство

$$|x| + |y| < 100?$$

10861

2. (МГУ, химический ф-т, 2005) Найдите число сторон выпуклого n -угольника, если известно, что каждый его внутренний угол не менее 151° и не более 153° .

81

3. (МФТИ, 1999) Найти все пары целых чисел x, y , для которых верны неравенства

$$y - 3x < 1, \quad 2y - 3x > 19, \quad 4y - x < 78.$$

(17'2)

4. (МГУ, ВМК, 2007) Найдите все пары целых чисел (x, y) , удовлетворяющие системе неравенств

$$\begin{cases} x - y \leq -25, \\ x^2 - y \leq 8, \\ 4x + y \leq 1. \end{cases}$$

(17'5-), (07'5-)

5. (МГУ, биологич. ф-т, 1996) Найдите все пары натуральных чисел (t, s) , удовлетворяющие системе

$$\begin{cases} 2t + 47 < 22s - 2s^2, \\ 4s \geq 7t + 14. \end{cases}$$

(2'6), (2'1), (9'1)

6. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.4, 7–8.3) В тесте четыре раздела, каждый из которых содержит одинаковое количество вопросов. Андрей правильно ответил на 20 вопросов. При этом процент его верных ответов оказался больше 60, но меньше 70. Сколько вопросов было в тесте?

7. (РГГУ, 1998) Процент числа участников конкурса скрипачей, не прошедших на второй тур, заключен между 9,1% и 9,8%. Какое минимальное количество участников конкурса могло быть на первом туре?

12

8. («Покори Воробьёвы горы!», 2018, 10–11) На выборах кандидат получил от 50,332% до 50,333% голосов. Какое при этом могло быть наименьшее число избирателей?

451

9. («Физтех», 2020, 11) Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}; \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x. \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

$$\boxed{61 + 2^{69} \cdot 19}$$

10. («Физтех», 2020, 11) Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 90 + x - 6^{90}, \\ y \leq \log_6 x. \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более трёх слагаемых.

$$\boxed{\frac{6}{954} + 069 \cdot \frac{01}{2} - 0819 \cdot \frac{6}{1}}$$