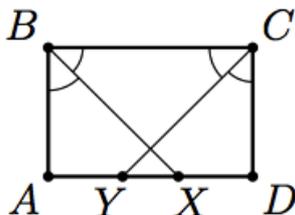


Медианы, высоты, биссектрисы

ЗАДАЧА 1. (Всеросс., 2018, ШЭ, 8.2) В прямоугольнике $ABCD$ сторона AB равна 6, сторона BC равна 11. Из вершин B и C проведены биссектрисы углов, пересекающие сторону AD в точках X и Y соответственно. Найдите длину отрезка XY .



I

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2016, ШЭ, 8.5) В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB на стороне CB выбрана точка D так, что $CD = AC - AB$. Точка M — середина AD . Докажите, что угол BMC — тупой.

ЗАДАЧА 3. («Физтех», 2023, 8) Биссектриса внутреннего угла при вершине A и биссектриса внешнего угла при вершине B треугольника ABC пересекаются в точке E . Найдите $\angle BEC$, если $\angle BAC = 10^\circ$. Ответ укажите в градусах.

98

ЗАДАЧА 4. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 9.6) В треугольник ABC вписана окружность с центром O , к которой проведена касательная, пересекающая стороны AC и AB в точках M и N соответственно. Найдите угол A треугольника ABC , если $\angle MON = \varphi$.

07 - 081

ЗАДАЧА 5. («Физтех», 2017, 9.7, 10.7) В треугольнике ABC проведена медиана BM ; MD и ME — биссектрисы треугольников AMB и CMB соответственно. Отрезки BM и DE пересекаются в точке P , причём $BP = 2$, $MP = 4$.

а) Найдите отрезок DE .

б) Пусть дополнительно известно, что около четырёхугольника $ADEC$ можно описать окружность. Найдите её радиус.

8; 6) 2^{\sqrt{85}}

ЗАДАЧА 6. («Курчатов», 2016, 9.3) Дан равнобедренный треугольник ABC . На боковой стороне AB отметили такую точку M , что $CM = AC$. Затем на боковой стороне BC отметили такую точку N , что $BN = MN$, и провели биссектрису NH в треугольнике CNM . Докажите, что H лежит на медиане BK треугольника ABC .

ЗАДАЧА 7. («Ломоносов», 2011, 9.8) В равнобедренном треугольнике ABC провели биссектрису BP . Докажите, что если угол BAC равен 100° , то $AP + PB = BC$.

ЗАДАЧА 8. (Московская устная олимпиада по геометрии, 2013, 8–9) В треугольнике ABC биссектриса AK перпендикулярна медиане CL . Докажите, что в треугольнике BKL также одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

ЗАДАЧА 9. (Турнир городов, 2014, 8–9) В треугольнике ABC угол C — прямой. На катете CB как на диаметре во внешнюю сторону построена полуокружность, точка N — середина этой полуокружности. Докажите, что прямая AN делит пополам биссектрису угла C .

ЗАДАЧА 10. (Турнир городов, 2010, 8–9) На сторонах BC и CD ромба $ABCD$ взяли точки P и Q соответственно так, что $BP = CQ$. Докажите, что точка пересечения медиан треугольника APQ лежит на диагонали BD ромба.

ЗАДАЧА 11. (Турнир городов, 2016, 8–9) На листе бумаги синим карандашом нарисовали треугольник, а затем провели в нём красным карандашом медиану, биссектрису и высоту (возможно, не все из разных вершин), лежащие внутри треугольника. Получили разбиение треугольника на части. Мог ли среди этих частей оказаться равносторонний треугольник с красными сторонами?

ЗАДАЧА 12. (ММО, 2016, 8.3) На медиане AM треугольника ABC нашлась такая точка K , что $AK = BM$. Кроме того, $\angle AMC = 60^\circ$. Докажите, что $AC = BK$.

ЗАДАЧА 13. (Олимпиада им. Эйлера, РЭ, 2016.8) Точки M и N — середины биссектрис AK и CL треугольника ABC соответственно. Докажите, что угол ABC прямой тогда и только тогда, когда $\angle MBN = 45^\circ$.

ЗАДАЧА 14. (ММО, 2016, 9.2) В треугольнике ABC на продолжении медианы CM за точку C отметили точку K так, что $AM = CK$. Известно, что угол BMC равен 60° . Докажите, что $AC = BK$.

ЗАДАЧА 15. (ММО, 2015, 10.5) Дан треугольник ABC . Проведены высота AH и медиана CM . Обозначим точку их пересечения через P . Высота, проведённая из вершины B треугольника, пересекается с перпендикуляром, опущенным из точки H на прямую CM , в точке Q . Докажите, что прямые CQ и BP перпендикулярны.

ЗАДАЧА 16. (МГУ, мехмат, 1999-03.4) Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке E , $AB = AD$, CA — биссектриса угла C , $\angle BAD = 140^\circ$, $\angle BEA = 110^\circ$. Найти угол CDB .

ЗАДАЧА 17. (МГУ, мехмат, 2003-03.3) На продолжении биссектрисы AL треугольника ABC за точку A взята такая точка D , что $AD = 10$ и $\angle BDC = \angle BAL = 60^\circ$. Найти площадь треугольника ABC . Какова наименьшая площадь треугольника BDC при данных условиях?

3/75/25