

Наибольшее и наименьшее значения

1. (МГУ, ДВИ, 2014.2) Найдите максимальное значение функции

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 6x + 17).$$

8-

2. (МГУ, ДВИ, 2011.6) Найдите наибольшее из значений функции

$$\frac{9^x}{4^x - 6^x + 9^x}$$

и точку x , в которой это значение достигается.

$$\frac{1-\varepsilon}{1} = x \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon}$$

3. (МГУ, мехмат, 2007.5) Найти наибольшее значение выражения

$$\sqrt{(x-1)(y-x)} + \sqrt{(7-y)(1-x)} + \sqrt{(x-y)(y-7)}$$

при $x \in [-2; 3]$ и $y \in [0; 11]$.

8

4. (МГУ, мехмат, 2006.6) Найти минимальное значение выражения

$$|2x - y - 1| + |x + y| + |y|,$$

где x и y — произвольные действительные числа.

8

5. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 9.3) Будем называть *колебанием* функции разницу между её наибольшим и наименьшим значением. Каким может быть максимальное колебание функции $f(x)g(x)$, если известно, что отрезок $[-8; 4]$ является множеством значений функции $f(x)$, а отрезок $[-2; 6]$ является множеством значений функции $g(x)$?

72

6. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 9.3) Отрезок $[-3; 9]$ является множеством значений функции $f(x)$, отрезок $[-1; 6]$ является множеством значений функции $g(x)$. На какую наибольшую величину может отличаться наибольшее значение функции $f(x)g(x)$ от наименьшего значения этой функции?

72

7. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 9.4) Пусть $f(x) = x^2 + px + q$, где p, q — некоторые коэффициенты. На какую наименьшую величину может отличаться наибольшее значение функции $g(x) = |f(x)|$ от наименьшего значения этой функции на отрезке $[2; 6]$?

На 2

8. («Покори Воробьёвы горы!», 2013, 9.5) Найдите наименьшее значение выражения

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + (x + y)^2$$

при условии, что

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3.$$

52,5-

9. (Всеросс., 2014, МЭ, 10.4) Найдите наибольшее значение выражения

$$a + b + c + d - ab - bc - cd - da,$$

если каждое из чисел a , b , c и d принадлежит отрезку $[0; 1]$.

2

10. (Всеросс., 2019, МЭ, 10.6) Стороны основания кирпича равны 28 см и 9 см, а высота 6 см. Улитка ползёт прямолинейно по граням кирпича из вершины нижнего основания в противоположную вершину верхнего основания. Горизонтальная и вертикальная составляющие ее скорости v_x и v_y связаны соотношением $v_x^2 + 4v_y^2 = 1$ (например, на верхней грани $v_y = 0$ см/мин, поэтому $v_x = v = 1$ см/мин). Какое наименьшее время может затратить улитка на своё путешествие?

ниж 53

11. (ММО, 1994, 11.3) В круглый бокал, осевое сечение которого — график функции $y = x^4$, опускают вишенку — шар радиуса r . При каком наибольшем r шар коснется нижней точки дна? (Другими словами, каков максимальный радиус r круга, лежащего в области $y \geq x^4$ и содержащего начало координат?)

4
3,8 8

12. («Высшая проба», 2018, 8.2, 9.2, 10.1) Найдите наименьшее натуральное число, которое можно получить при подстановке натуральных чисел вместо переменных в следующее выражение:

$$13x^2 + y^2 + z^2 - 4xy - 6xz + y.$$

2

13. (Всеросс., 2015, ЗЭ, 9.3) Натуральные числа a , x и y , большие 100, таковы, что

$$y^2 - 1 = a^2(x^2 - 1).$$

Какое наименьшее значение может принимать дробь a/x ?

2

14. (ММО, 1979, 10.3) Функция $y = f(x)$ определена на отрезке $[0; 1]$ и в каждой точке этого отрезка имеет первую и вторую производные. Известно, что $f(0) = f(1) = 0$ и что $|f''(x)| \leq 1$ на всём отрезке. Какое наибольшее значение может принимать максимум функции f для всевозможных функций, удовлетворяющих этим условиям?

$\frac{8}{1}$

15. (ММО, 1986, 10.5) Найдите минимум по всем α, β максимума функции

$$y = |\cos x + \alpha \cos 2x + \beta \cos 3x|.$$

$\frac{2}{\sqrt{e}}$