

Неравенства

1. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.1) Миша, Петя, Коля и Вася играли в «подкидного дурака», всего сыграли 16 партий. Каждый остался «в дураках» хотя бы один раз. Известно, что больше всех оставался Миша, а Петя и Коля в сумме остались 9 раз. Сколько раз остался «в дураках» Вася?

□ 11111

2. («Ломоносов», 2016, 5–6.2; 7–8.1) На сколько недель может накладываться год? Считаем, что год накладывается на неделю, если хотя бы один день этой недели приходится на данный год.

□ 11111

3. («Покори Воробьёвы горы!», 2019, 5–6.2) Сумма 5 различных натуральных чисел равна 37, причем известно, что наименьшее из этих чисел составляет не менее половины от наибольшего из них. Найдите эти числа, в ответе запишите их произведение.

□ 11891

4. («Покори Воробьёвы горы!», 2019, 7–8.1) Сумма 8 различных натуральных чисел равна 96, причем известно, что наименьшее из этих чисел составляет не менее половины от наибольшего из них. Найдите эти числа, в ответе запишите 4 наименьших из этих чисел, упорядоченные по возрастанию, без пробелов. Т.е., например, если это числа 14, 2, 58 и 6, то в ответе следует указать 261458.

□ 110168

5. (Московская устная олимпиада, 2003, 6.1) Кассир продал все билеты в первый ряд кинотеатра, причем по ошибке на одно из мест было продано два билета. Сумма номеров мест на всех этих билетах равна 857. На какое место продано два билета?

□ 11

6. (Московская устная олимпиада, 2017, 6–7.1) В Стране дураков ходят монеты в 1, 2, 3, ..., 19, 20 сольдо (других нет). У Буратино была одна монета. Он купил мороженое и получил одну монету сдачи. Снова купил такое же мороженое и получил сдачу тремя монетами разного достоинства. Буратино хотел купить третье такое же мороженое, но денег не хватило. Сколько стоит мороженое?

□ 11111

7. («Курчатов», 2015, 6.2) Пятерых детей выстроили в шеренгу и раздали им 40 конфет. У детей, стоящих слева от Данила — 35 конфет, справа от Люды — 23, слева от Максима — 30, справа от Саши — 32 конфеты. Пятого ребенка зовут Валя. Сколько конфет может быть у неё? (Ответ объясните.)

□ 11

8. (*Математический праздник, 2018, 6.2*) Незнайка выписал семь двузначных чисел в порядке возрастания. Затем одинаковые цифры заменил одинаковыми буквами, а разные — разными. Получилось вот что: ХА, АЙ, АХ, ОЙ, ЭМ, ЭЙ, МУ. Докажите, что Незнайка что-то перепутал.

9. (*«Ломоносов», 2017, 5–6.3, 7–8.2*) А у нас сегодня кошка родила вчера котят! Известно, что два самых лёгких весят в сумме 80 г, четыре самых тяжёлых — 200 г, а суммарный вес всех котят равен 500 г. Сколько котят родила кошка?

□□

10. (*Математический праздник, 2006, 6.3*) Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в 10-м подъезде в квартире № 333, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом девятиэтажный. На какой этаж ему следует подняться? (На каждом этаже число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

□ На трёх

11. (*Математический праздник, 2001, 6.3*) Наташа и Инна купили по одинаковой коробке чая в пакетиках. Известно, что одного пакетика хватает на две или три чашки чая. Этой коробки Наташе хватило на 41 чашку чая, а Инне — на 58. Сколько пакетиков было в коробке?

□2

12. (*Математический праздник, 1997, 6.3, 7.4*) В корзине лежат 30 грибов — рыжиков и груздей. Известно, что среди любых 12 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 20 грибов — хотя бы один груздь. Сколько рыжиков и сколько груздей в корзине?

□ 19 рыжиков и 11 груздей

13. (*Московская устная олимпиада, 2014, 6.3*) На русско-французской встрече не было представителей других стран. Суммарное количество денег у французов оказалось больше суммарного количества денег у россиян, и суммарное количество денег у женщин оказалось больше суммарного количества денег у мужчин. Обязательно ли на встрече была француженка?

14. (*Московская устная олимпиада, 2011, 6.3*) Волшебным считается момент, в который число минут на электронных часах совпадает с числом часов. Чтобы сварить волшебное зелье, его надо и поставить на огонь, и снять с огня в волшебные моменты. А чтобы оно получилось вкусным, его надо варить от полутора до двух часов. Сколько времени варится вкусное волшебное зелье?

15. (*Московская устная олимпиада, 2006, 6.3*) Пятеро друзей скинулись на покупку. Может ли оказаться так, что любые два друга в сумме внесли менее трети стоимости покупки?

16. (*Московская устная олимпиада, 2016, 6.4*) В классе учатся 27 человек, но на урок физкультуры пришли не все. Учитель разбил пришедших на две равные по численности команды для игры в пионербол. При этом в первой команде была половина всех пришедших мальчиков и треть всех пришедших девочек, а во второй — половина всех пришедших девочек и четверть всех пришедших мальчиков. Остальные пришедшие ребята помогали судить. Сколько помощников могло быть у судьи?

17. (*Московская устная олимпиада, 2013, 6.4*) Если каждой девочке дать по одной шоколадке, а каждому мальчику по две, то шоколадок хватит. А если каждому мальчику дать по одной шоколадке, а каждой девочке по две, то их не хватит. А если девочкам не давать вообще, то хватит ли каждому мальчику по три шоколадки?

18. (*Математический праздник, 1993, 6.5*) Дядя Фёдор, кот Матроскин, Шарик и почтальон Печкин сидят на скамейке. Если Шарик, сидящий справа от всех, сядет между дядей Фёдором и котом, то кот станет крайним слева. В каком порядке они сидят?

19. (*Московская устная олимпиада, 2008, 6.5*) У папы Карло есть 130 дощечек. Из 5 дощечек он может сделать игрушечную мельницу, из 7 дощечек — пароход, из 14 дощечек — самолёт. Самолёт стоит 19 золотых, пароход — 8 золотых, мельница — 6 золотых. Какое наибольшее количество золотых может заработать папа Карло?

20. (*Математический праздник, 1994, 6.6*) Вся семья выпила по полной чашке кофе с молоком, причём Катя выпила четверть всего молока и шестую часть всего кофе. Сколько человек в семье?

□

21. (*Московская устная олимпиада, 2003, 6.6*) На каждом километре между сёлами Марьино и Рощино стоит столб с табличкой, на одной стороне которой написано расстояние до Марьино, на другой — расстояние до Рощино. Остановившись у каждого столба, Бобик заметил, что если сложить все цифры, записанные на обеих сторонах таблички, то получится 13. Найдите расстояние между сёлами.

22. (*Московская устная олимпиада, 2016, 6.7*) Вася живет в многоквартирном доме. В каждом подъезде дома одинаковое количество этажей, на каждом этаже по четыре квартиры, каждая квартира имеет одно-, дву- или трёхзначный номер. Вася заметил, что количество квартир с двузначным номером у него в подъезде в десять раз больше количества подъездов в доме. Сколько всего квартир может быть в этом доме?

160, 900, 906, 906, 991

23. (*Московская устная олимпиада, 2006, 6.7*) Илья Муромец помнит, что на то, чтобы нейтрализовать 10-голового огнедышащего дракона, достаточно четырёх огнетушителей. А для того, чтобы нейтрализовать 16-голового дракона, достаточно семи огнетушителей. Какое наименьшее количество огнетушителей нужно для того, чтобы нейтрализовать 19-голового дракона?

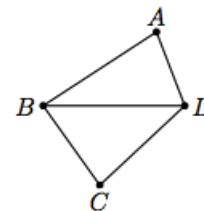
24. (*«Курчатов», 2015, 7.1*) Пятерых детей выстроили в шеренгу и раздали им 111 конфет. У детей, стоящих слева от Данила — 96 конфет, справа от Люды — 57, слева от Максима — 69, справа от Саши — 75 конфет. Пятого ребенка зовут Валя. Как зовут того, кому досталось больше всего конфет, и сколько у него конфет?

Саша, 36 конфет

25. (Московская устная олимпиада, 2016, 7.2) В комнате у Папы Карло на каждой стене висят часы, причём они все показывают неверное время: первые часы ошибаются на 2 минуты, вторые — на 3 минуты, третьи — на 4 минуты и четвертые — на 5 минут. Однажды Папа Карло, выходя на улицу, решил узнать точное время и увидел такие показания часов: 14 : 54, 14 : 57, 15 : 02 и 15 : 03. Помогите Папе Карло определить точное время.

14 : 54

26. (Московская устная олимпиада, 2012, 7.2) На карте обозначены 4 деревни: A , B , C и D , соединённые тропинками (см. рисунок). В справочнике указано, что на маршрутах $A - B - C$ и $B - C - D$ есть по 10 колдобин, на маршруте $A - B - D$ колдобин 22, а на маршруте $A - D - B$ колдобин 45. Туристы хотят добраться из A в D так, чтобы на их пути было как можно меньше колдобин. По какому маршруту им надо двигаться?



27. (Математический праздник, 2001, 7.3) Для постройки типового дома не хватало места. Архитектор изменил проект: убрал два подъезда и добавил три этажа. При этом количество квартир увеличилось. Он обрадовался и решил убрать ещё два подъезда и добавить ещё три этажа. Могло ли при этом квартир стать даже меньше, чем в типовом проекте? (В каждом подъезде одинаковое число этажей и на всех этажах во всех подъездах одинаковое число квартир.)

Да

28. (Турнир Архимеда, 2016.3) Вася и Петя задумали по 5 натуральных чисел, причем все 10 задуманных чисел оказались различными. Среднее арифметическое чисел Васиного набора равно наибольшему числу Петиного набора. Может ли среднее арифметическое чисел Петиного набора быть равно

- а) наименьшему числу Васиного набора;
- б) наибольшему числу Васиного набора?

Да; б) нет

29. («Курчатов», 2014, 7.3) От двух игрушечных азбук осталось всего 14 букв. Каждая буква первой азбуки тяжелее любой буквы из второй, но если буквы взяты из одной и той же азбуки, то весят поровну. Известно, что составленное из этих букв слово ЦИРКУЛЬ легче, чем слово ЧАСТНОЕ, слово ЧАСТЬ легче, чем КРЕСТ, а буква Е легче Б. Определите все тяжёлые буквы.

СТРОИТЬ

30. (Московская устная олимпиада, 2009, 7.3) Пётр Петрович и Иван Иванович ехали вместе в поезде. Каждый из них сначала смотрел в окно, потом читал газету, потом разгадывал кроссворд и под конец пил чай. Только у Петра Петровича на каждое следующее занятие уходило вдвое больше времени, чем на предыдущее, а у Ивана Ивановича — в 4 раза. Начали смотреть в окно они одновременно и кончили пить чай также одновременно. Что делал Пётр Петрович, когда Иван Иванович приступил к кроссворду?

Смотрел в окно

31. (*Турнир Архимеда, 2020.3*) Буратино пошёл на базар и потратил все свои деньги, купив азбуку, колпачок и курточку. Пьеро спросил его, сколько он потратил денег. Буратино ответил, что всего потратил 63 золотых сольдо, причём на азбуку и колпачок потратил 21 сольдо, на колпачок и курточку — 28 сольдо, а на азбуку и курточку — 33. Известно, что Буратино, часто путает числа, но, называя какое-нибудь число, ошибается не более чем на 9. Помогите Пьеро понять, сколько золотых сольдо потратил Буратино на самом деле. Все цены на базаре выражаются целыми числами.

□ 54 60100 01

32. (*Всеросс., 2015, МЭ, 7.4*) Биолог последовательно рассаживал 150 жуков в десять банок. Причём в каждую следующую банку он сажал жуков больше, чем в предыдущую. Количество жуков в первой банке составляет не менее половины от количества жуков в десятой банке. Сколько жуков в шестой банке?

□ 91

33. (*Математический праздник, 2010, 7.4*) В конкурсе пения участвовали Петух, Ворона и Кукушка. Каждый член жюри проголосовал за одного из трех исполнителей. Дятел подсчитал, что в жюри было 59 судей, причем за Петуха и Ворону было в сумме подано 15 голосов, за Ворону и Кукушку — 18 голосов, за Кукушку и Петуха — 20 голосов. Дятел считает плохо, но каждое из четырёх названных им чисел отличается от правильного не более чем на 13. Сколько судей проголосовали за Ворону?

□ 81

34. (*Математический праздник, 2020, 6.5, 7.5*) В лесу живёт 40 зверей — лисицы, волки, зайцы и барсуки. Ежегодно они устраивают бал-маскарад: каждый надевает маску животного другого вида, причём два года подряд они одну и ту же маску не носят. Два года назад на балу было 12 «лисиц» и 28 «волков», год назад — 15 «зайцев», 10 «лисиц» и 15 «барсуков», а в этом году — 15 «зайцев» и 25 «лисиц». Каких зверей в лесу больше всего?

35. (*Московская устная олимпиада, 2009, 7.5*) Али-Баба и 40 разбойников делят добычу. Делёж считается справедливым, если любым 30 участникам достаётся в сумме не менее половины добычи. Какая наибольшая доля может достаться Али-Бабе при справедливом дележе?

36. (*Московская устная олимпиада, 2006, 7.6*) На спортивном празднике ученики седьмых классов парами соревновались в беге по следующим правилам. По команде два человека начинают бежать с места старта в разные стороны по круговой дорожке стадиона. Финишем считается момент их встречи. Саша и Юра пробежали круг за 45 секунд. Две Алёны начали бежать с постоянными скоростями (не обязательно равными), но, когда им оставалось пробежать полкруга, одна Алёна увеличила скорость на 25%, а другая — на 28%. Оказалось, что первые полкруга они бежали на 5 секунд больше, чем вторые полкруга. У кого лучше результат: у девочек или у мальчиков?

37. («Высшая проба», 2016, 7–8.6) Слова языка роботов планеты Шелезяка — последовательности стрелочек «вверх», «вниз», «влево» и «вправо», причём две противоположно направленные стрелочки не могут стоять рядом. Учитель написал на доске 1000000 слов этого языка. Четыре ученика переписывают слова к себе в тетрадь, делая следующие изменения: ученик U приписывает перед словом стрелочку «вверх», а если это запрещено (слово начинается с «вниз»), то убирает это первое «вниз»; ученики D , L , R делают всё то же самое, только приписывают соответственно стрелку «вниз», «вправо», «влево». Докажите, что в одной из четырёх тетрадей минимум половина (500000) слов не будет встречаться среди слов на доске.