

Показательные уравнения и неравенства на ЕГЭ по математике

Здесь приведены показательные уравнения и неравенства, которые предлагались на ЕГЭ по математике (профильный уровень, сложная часть), а также на диагностических, контрольных и тренировочных работах МИОО начиная с 2009 года.

51. (ЕГЭ, 2023) Решите неравенство

$$4 \cdot 4^{x^2+2x-5} - 33 \cdot 2^{x^2+2x-5} + 8 \geq 0.$$

(∞+; 2]; [1; 3-]; [4-; ∞-)

50. (ЕГЭ, 2023) Решите неравенство

$$\frac{4^x + 2^{x+1} - 36}{2^x - 5} + \frac{4^{x+1} - 2^{x+5} + 4}{2^x - 8} \leq 5 \cdot 2^x + 7.$$

(8; 9]; [2; ∞-)

49. (ЕГЭ, 2022) Решите неравенство

$$\frac{4}{3^x - 27} \geq \frac{1}{3^x - 9}.$$

(∞+; 3); (2; 1)

48. (ЕГЭ, 2022) Решите неравенство

$$3^x + \frac{243}{3^x - 36} \geq 0.$$

(∞+; 6]; [3; 2]

47. (ЕГЭ, 2022) Решите неравенство

$$3^x - \frac{702}{3^x - 1} \geq 0.$$

(∞+; 3]; (0; ∞-)

46. (ЕГЭ, 2022) Решите неравенство

$$2^x - \frac{240}{2^x - 1} \geq 0.$$

(∞+; 4]; (0; ∞-)

45. (ЕГЭ, 2022) Решите неравенство

$$\frac{2^{x+1} - 17 \cdot 2^{2-x}}{2^x - 2^{6-x}} \geq 1.$$

(∞+;g];[1;∞-)

44. (ЕГЭ, 2021) Решите неравенство

$$\frac{1}{3^x - 1} + \frac{9^{x+\frac{1}{2}} - 3^{x+3} + 3}{3^x - 9} \geq 3^{x+1}.$$

(∞+;z];[1;0)

43. (ЕГЭ, 2021) Решите неравенство

$$(4^x - 5 \cdot 2^x)^2 - 20(4^x - 5 \cdot 2^x) - 96 \leq 0.$$

[g;z];[0;∞-)

42. (ЕГЭ, 2021) Решите неравенство

$$(4^x - 2^{x+3})^2 + 28(4^x - 2^{x+3}) + 192 \geq 0.$$

(∞+;g z g o l];z];[1;∞-)

41. (ЕГЭ, 2021) Решите неравенство

$$\frac{5^x}{5^x - 4} + \frac{5^x + 5}{5^x - 5} + \frac{22}{25^x - 9 \cdot 5^x + 20} \leq 0.$$

0;(log₅ 4; 1)

40. (ЕГЭ, 2020) Решите неравенство

$$27 \cdot 45^x - 27^{x+1} - 12 \cdot 15^x + 12 \cdot 9^x + 5^x - 3^x \leq 0.$$

[0;1-];[z-;∞-)

39. (ЕГЭ, 2019) Решите неравенство

$$\frac{9^x + 2 \cdot 3^x - 117}{3^x - 27} \leq 1.$$

(g;z]

38. (ЕГЭ, 2019) Решите неравенство

$$\frac{25^{x^2+x-10} - (0,2)^{x^2-2x-7}}{0,5 \cdot 4^{x-1} - 1} \leq 0.$$

$$\left[\frac{5}{8}; \frac{5}{8} \right); [8; \infty)$$

37. (ЕГЭ, 2018) Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 5^{2x} - 3 \cdot 5^x \cdot 2^{x+1} + 4^{x+1}}{10^x - 2^{2x}} \leq 1.$$

$$[1; 0); (0; \infty)$$

36. (ЕГЭ, 2018) Решите неравенство

$$3^{x^2} \cdot 5^{x-1} \geq 3.$$

$$(\infty; 1]; [2; \infty)$$

35. (ЕГЭ, 2018) Решите неравенство

$$2(8^x + 50^x) > 20^x + 3 \cdot 125^x.$$

$$(0; \infty)$$

34. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$(4^x - 2^{x+2})^2 - 28(4^x - 2^{x+2}) - 128 \geq 0.$$

$$(\infty; 8] \cap \{1\}$$

33. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 4^{x-2}}{2 \cdot 4^{x-2} - 1} \geq \frac{7}{4x-1} + \frac{40}{16^x - 9 \cdot 4^x + 8}.$$

$$(\infty; \frac{5}{8}) \cap \{1\} \cap (0; \infty)$$

32. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\frac{8^{x+1} - 40}{2 \cdot 64^x - 32} \leq 1.$$

$$(\infty; \frac{5}{2}) \cap \{\frac{5}{1}\}$$

31. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$4^{6x-x^2-4} - 34 \cdot 2^{6x-x^2-4} + 64 \geq 0.$$

$$(\infty+; 4] \cap \{8\} \cap [1; \infty-)$$

30. (ЕГЭ, 2017) а) Решите уравнение

$$8^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 2^{5-x} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_5 2; \log_5 20]$.

$$\frac{2}{1} (9 : \frac{2}{1} ; 2 (8$$

29. (Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2017) а) Решите уравнение

$$4^x - 2^{x+3} + 15 = 0.$$

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $[2; \sqrt{10}]$.

$$2 \sqrt{10} (9 : 2 \sqrt{10} ; 2 \sqrt{10} (8$$

28. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{35^{|x|} - 5^{|x|} - 5 \cdot 7^{|x|} + 5}{2^{\sqrt{x+2}} + 1} \geq 0.$$

$$(\infty+; 1] \cap \{0\} \cap [1-; 2-)$$

27. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$3^{|x|} - 8 - \frac{3^{|x|} + 9}{9^{|x|} - 4 \cdot 3^{|x|} + 3} \leq \frac{5}{3^{|x|} - 1}.$$

$$[2; 1) \cap [2 \sqrt{10}; 0) \cap (0; 2 \sqrt{10}] \cap (1-; 2-)$$

26. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{3^{2x} - 54 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2(x+1)} - 1}{x + 3} \leq 0.$$

$$[\frac{2}{1} ; 8-)$$

25. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{15^x - 3^{x+1} - 5^{x+1} + 15}{-x^2 + 2x} \geq 0.$$

$$(2; 5 \sqrt{3}] \cap [3 \sqrt{3}; 0)$$

24. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\frac{4^x - 2^{x+4} + 30}{2^x - 2} + \frac{4^x - 7 \cdot 2^x + 3}{2^x - 7} \leq 2^{x+1} - 14.$$

$$(\mathbb{Z}^{\geq 0} \setminus \{2\}) \cap (\mathbb{1}; \infty -)$$

23. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\frac{9^x - 3^{x+1} - 19}{3^x - 6} + \frac{9^{x+1} - 3^{x+4} + 2}{3^x - 9} \leq 10 \cdot 3^x + 3.$$

$$(\mathbb{Z}^{\geq 0}) \cap (\mathbb{1}; \infty -)$$

22. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$125^x - 25^x + \frac{4 \cdot 25^x - 20}{5^x - 5} \leq 4.$$

$$(\mathbb{1}; \mathbb{7}^{\geq 0}) \cap \{0\}$$

21. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\frac{27^{x+\frac{1}{3}} - 10 \cdot 9^x + 10 \cdot 3^x - 5}{9^{x+\frac{1}{2}} - 10 \cdot 3^x + 3} \leq 3^x + \frac{1}{3^x - 2} + \frac{1}{3^{x+1} - 1}.$$

$$(\mathbb{1}; \mathbb{7}^{\geq 0}) \cap [0; \mathbb{1} -) \cap (\mathbb{1} -; \infty -)$$

20. (ЕГЭ, 2016) а) Решите уравнение

$$2^{4 \cos x} + 3 \cdot 2^{2 \cos x} - 10 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

$$\frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}}; \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} \quad (9 \quad \mathbb{Z} \ni u, u \neq 2 + \frac{\pi}{2} \mp \frac{\pi}{2} \mp \frac{\pi}{2})$$

19. (ЕГЭ, 2016) а) Решите уравнение

$$8^x - 7 \cdot 4^x - 2^{x+4} + 112 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\log_2 5; \log_2 11]$.

$$\mathbb{Z}^{\geq 0} \cap (9 \quad \mathbb{Z}^{\geq 0} \setminus \{2\} \cap \mathbb{e})$$

18. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$2^{\frac{x}{x+1}} - 2^{\frac{5x+3}{x+1}} + 8 \leq 2^{\frac{2x}{x+1}}.$$

$$(\infty +; 0] \cap (\mathbb{1} -; \infty -)$$

17. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 3^{2x+1} - 6^x - 4^{x+1} - 9}{9^x - 3} \leq 3.$$

$$\left[\frac{5}{4}; \frac{5}{3} \cup \left[\frac{5}{2}; 1 \right) \right)$$

16. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$\frac{2^{2x+1} - 96 \cdot 0,5^{2x+3} + 2}{x+1} \leq 0.$$

$$\left[\frac{7}{1}; 1- \right)$$

15. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\frac{31 - 5 \cdot 2^x}{4^x - 24 \cdot 2^x + 128} \geq 0,25.$$

$$\{7; 8\} \cup \{1\}$$

14. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\frac{2}{3^x - 9} \geq \frac{8}{3^x - 3}.$$

$$[11; 8 \cup \{2\}) \cup (1; \infty -)$$

13. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\frac{105}{(2^{4-x^2} - 1)^2} - \frac{22}{2^{4-x^2} - 1} + 1 \geq 0.$$

$$(-\infty +; -2; 1) \cup \{0\} \cup [1; 2) \cup \{2\} \cup (2; +\infty)$$

12. (МИОО, 2015) Решите неравенство

$$\frac{81^x + 2 \cdot 25^{x \log_5 3} - 5}{(4x - 1)^2} \geq 0.$$

$$\left(\infty +; \frac{7}{1} \right) \cap \left(\frac{7}{1}; \left(1 - \sqrt[9]{\wedge} \right)^6 \cup \left[\right) \right)$$

11. (ЕГЭ, 2014) а) Решите уравнение:

$$3 \cdot 9^{x-\frac{1}{2}} - 7 \cdot 6^x + 3 \cdot 4^{x+1} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2; 3]$.

$$\{ \log_{\frac{2}{3}} 3, \log_{\frac{2}{3}} \frac{7}{4}; \log_{\frac{2}{3}} \frac{7}{3} \}$$

10. (МИОО, 2013) а) Решите уравнение:

$$7 \cdot 9^{x^2-3x+1} + 5 \cdot 6^{x^2-3x+1} - 48 \cdot 4^{x^2-3x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.

$$\frac{7}{9^{x^2-3x}} (9 + \frac{7}{9^{x^2-3x}}) (x)$$

9. (ЕГЭ, 2013) а) Решите уравнение:

$$25^{x-\frac{3}{2}} - 12 \cdot 5^{x-2} + 7 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $(2; \frac{8}{3})$.

$$\frac{8}{3} \log_5 (9 - \frac{8}{3} \log_5 7) (x)$$

8. (ЕГЭ, 2013) а) Решите уравнение:

$$9^{x+1} - 2 \cdot 3^{x+2} + 5 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $(\log_3 \frac{3}{2}; \sqrt{5})$.

$$\frac{8}{3} \log_5 (9 - \frac{8}{3} \log_5 7) (x)$$

7. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^x + 17 \cdot 2^{3-x} \leq 25, \\ \frac{x^2 - 3x - 5}{x - 4} + \frac{3x^2 - 15x + 2}{x - 5} \leq 4x + 1. \end{cases}$$

$$[17 \log_2 17] \cap \{3\}$$

6. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 5 \cdot 2^{2x+2} - 21 \cdot 2^{x-1} + 1 \leq 0, \\ \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x} + \frac{3x + 1}{x - 1} \leq \frac{4x + 1}{x}. \end{cases}$$

$$[\frac{8}{3} \log_5 (7 - \frac{8}{3})] \cap \{3\}$$

5. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^x - 29 \cdot 2^x + 168 \leq 0, \\ \frac{x^4 - 5x^3 + 3x - 25}{x^2 - 5x} \geq x^2 - \frac{1}{x-4} + \frac{5}{x}. \end{cases}$$

$$[17 \log_2 17] \cap \{3\}$$

4. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + (1 - \sqrt{10})x - \sqrt{10} \leq 0, \\ \frac{3^{|x^2 - 2x - 1|} - 9}{x} \geq 0. \end{cases}$$

$$[0; 1] \cap \{1\} \cap (0; 1 - \sqrt{10}]$$

3. (МИОО, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{2}{5^{x+1} - 1} + \frac{5^{x+1} - 2}{5^{x+1} - 3} \geq 2, \\ \left(\frac{2}{25x^2 + 40x + 7} + \frac{25x^2 + 40x + 7}{2} \right)^2 \geq 4. \end{cases}$$

$$[0; 2; 0] \cap (2; 0 - \sqrt{9; 0; 2; 0}) \cap [7; 0; 2; 0; 1 - \sqrt{10}]$$

2. (МИОО, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^x + 6 \cdot 2^{-x} \leq 7, \\ \frac{2x^2 - 6x}{x - 4} \leq x. \end{cases}$$

$$[9; 2; 0; 1; 2] \cap \{0\}$$

1. (МИОО, 2009) Решите неравенство:

$$\left(3^{\frac{x-2}{2}} - 1\right) \sqrt{3^x - 10\sqrt{3^x} + 9} \geq 0.$$

$$(\infty; 4] \cap \{0\}$$