

Степень вершины

1. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 6.6*) В королевстве живут графы, герцоги и маркизы. Однажды каждый граф сразился на дуэли с тремя герцогами и несколькими маркизами. Каждый герцог сразился на дуэли с двумя графами и шестью маркизами. Каждый маркиз сразился на дуэли с тремя герцогами и двумя графами. Известно, что все графы сразились с равным числом маркизов. Со сколькими маркизами сразился каждый граф?

□ 6 маркизам

2. (*«Курчатов», 2018, 6.1*) Незнайка, Кнопочка, Винтик и Знайка участвовали в математическом конкурсе. Каждую задачу конкурса решили ровно трое из них. Знайка решил строго больше каждого из остальных — 10 задач, а Незнайка решил строго меньше каждого остальных — 7 задач. Сколько всего задач было в математическом конкурсе?

□ 11

3. (*«Курчатов», 2018, 7.1*) Незнайка, доктор Пилюлькин, Кнопочка, Винтик и Знайка участвовали в математическом конкурсе. Каждую задачу конкурса решили ровно четверо из них. Знайка решил строго больше каждого из остальных — 10 задач, а Незнайка решил строго меньше каждого остальных — 6 задач. Сколько всего задач было в математическом конкурсе?

□ 01

4. (*Московская устная олимпиада, 2014, 6.4*) Компания из нескольких друзей вела переписку так, что каждое письмо получали все, кроме отправителя. Каждый написал одно и то же количество писем, в результате чего всеми вместе было получено 440 писем. Сколько человек могло быть в этой компании?

5. (*Московская устная олимпиада, 2013, 6.8*) Можно ли нарисовать 1006 различных 2012-угольников, у которых все вершины общие, но при этом ни у каких двух нет ни одной общей стороны?

6. (*Математический праздник, 1992, 7.3*) Резидент одной иностранной разведки сообщил в центр о готовящемся подписании ряда двусторонних соглашений между пятнадцатью бывшими республиками СССР. Согласно его донесению, каждая из них заключит договор ровно с тремя другими. Заслуживает ли резидент доверия?

7. (*Математический праздник, 2017, 7.6*) Среди 49 школьников каждый знаком не менее чем с 25 другими. Докажите, что можно их разбить на группы из 2 или 3 человек так, чтобы каждый был знаком со всеми в своей группе.