

Десятичная система счисления

1. (Всеросс., 2018, ШЭ, 5.1) К числу прибавили сумму его цифр и получили 2017. Приведите пример такого числа.

2. (Всеросс., 2020, ШЭ, 5.2) Алла загадала трёхзначное число, в котором нет цифры 0, и все цифры различны. Белла записала число, в котором те же цифры идут в обратном порядке. Галя вычла из большего числа меньшее. Какая цифра стоит у полученной разности в разряде десятков?

6

3. (Всеросс., 2015, МЭ, 5.1) К некоторому числу прибавили сумму его цифр и получили 2014. Приведите пример такого числа.

4. (Всеросс., 2019, ШЭ, 6.4) Маша написала на доске трёхзначное число, а Вера написала рядом такое же число, но перепутала две последние цифры местами. После этого Полина сложила полученные числа и получила четырёхзначную сумму, первые три цифры которой 195. Какова последняя цифра этой суммы? (Ответ нужно обосновать.)

4

5. («Курчатов», 2015, 6.1) Натуральное число называется *палиндромом*, если оно не изменяется при выписывании его цифр в обратном порядке (например, числа 4, 55, 626 — палиндромы, а 20, 201, 2015 — нет). Представьте число 2000 двумя способами в виде суммы двух палиндромов.

6. (Математический праздник, 2019, 6.1) Саша выписала числа от одного до ста, а Миша часть из них стер. Среди оставшихся у 20 чисел есть в записи единица, у 19 чисел есть в записи двойка, а у 30 чисел нет ни единицы, ни двойки. Сколько чисел стер Миша?

33

7. (Математический праздник, 2008, 6.1) Сегодня 17.02.2008. Наташа заметила, что в записи этой даты сумма первых четырёх цифр равна сумме последних четырёх. Когда в этом году такое совпадение случится в последний раз?

8. (Математический праздник, 2009, 6.1) У 2009 года есть такое свойство: меняя местами цифры числа 2009, нельзя получить меньшее четырёхзначное число (с нуля числа не начинаются). В каком году это свойство впервые повторится снова?

В 2022 году

9. («Ломоносов», 2017, 5–6.4, 7–8.3) Найдите двузначное число, цифры которого различны и квадрат которого равен кубу суммы его цифр.

10. (Математический праздник, 1993, 6.4) Если у числа x подсчитать сумму цифр и с полученным числом повторить это ещё два раза, то получится ещё три числа. Найдите самое маленькое x , для которого все четыре числа различны, а последнее из них равно 2.

6662

11. («Курчатов», 2018, 6.4) Вася помнит, что его друг Петя живет на Курчатовской улице в доме номер 8, а номер квартиры забыл. На просьбу уточнить адрес Петя ответил: «Номер моей квартиры — трёхзначное число. Если переставить в нем цифры, то получится пять других трёхзначных чисел. Так вот, сумма этих пяти чисел будет в точности 2017». Помогите Васе вспомнить номер квартиры Пети.

12. (Математический праздник, 1991, 6.5) Найдите числа, равные удвоенной сумме своих цифр.

13. (Математический праздник, 2002, 7.1) 2002 год — год-палиндром, то есть одинаково читается справа налево и слева направо. Предыдущий год-палиндром был 11 лет назад (1991). Какое максимальное число годов-непалиндромов может идти подряд (между 1000 и 9999 годами)?

601

14. (Математический праздник, 1996, 7.1) По кругу расставлены цифры 1, 2, 3, ..., 9 в произвольном порядке. Каждые три цифры, стоящие подряд по часовой стрелке, образуют трёхзначное число. Найдите сумму всех девяти таких чисел. Зависит ли она от порядка, в котором записаны цифры?

4995; не зависит

15. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 7.1) Некоторое трёхзначное число сложили с числом, записываемым теми же цифрами, но в обратном порядке, и получили 1777. Какие числа складывали?

886 и 688

16. («Ломоносов», 2011, 7–8.3) Вычислите:

$$(4 \cdot 10^{2011} - 1) : \left(4 \cdot \underbrace{33 \dots 3}_{2011} + 1 \right).$$

3

17. («Ломоносов», 2018, 5–6.4; 7–8.3; 9.1) Назовём натуральное число n *квадратируемым*, если числа от 1 до n можно расставить в таком порядке, что каждый член последовательности в сумме со своим номером даёт точный квадрат. Например, число 5 квадратируемо, так как можно расставить числа так: 3 2 1 5 4, при этом $3 + 1 = 2 + 2 = 1 + 3 = 4$ и $5 + 4 = 4 + 5 = 9$. Выясните, какие из чисел 7, 9, 11, 15 являются квадратируемыми.

18. («Покори Воробьёвы горы!», 2019, 5–6.5, 7–8.4, 9.3) Подряд выписали квадраты чисел от 1 до некоторого натурального числа N : $1491625 \dots N^2$, так, что получилось 1428-значное число. Найдите N .

113

19. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 5–6.6, 7–8.7, 9.6) Найдите все такие трёхзначные числа $\overline{ПВГ}$, состоящие из различных цифр П, В и Г, для которых выполняется равенство

$$\overline{ПВГ} = (П + В + Г)(П + В + Г + 1).$$

20. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 7–8.4; 9.5) Найдите все четырёхзначные числа, которые на 7182 меньше числа, записанного теми же цифрами в обратном порядке.

21. (Московская устная олимпиада, 2013, 7.6) На рисунке приведены три примера показаний исправных электронных часов. Сколько палочек могут перестать работать, чтобы время всегда можно было определить однозначно?

09:28

06:57

15:43

22. (Московская устная олимпиада, 2002, 7.6) Некоторые числа представимы в виде суммы $\overline{abc} + \overline{ab} + a$, а некоторые — нет. (Например, число 1001 представимо, поскольку $1001 = 993 + 99 + 9$. А числа 220 и 1514 — не представимы.) Сколько существует трёхзначных чисел, представимых в виде суммы $\overline{abc} + \overline{ab} + a$?

23. (Московская устная олимпиада, 2017, 7.7) Вася задумал двузначное число и сообщил Пете произведение цифр в записи этого числа, а Саше — сумму этих цифр. Между мальчиками состоялся такой диалог:

Петя: «Я угадаю задуманное число с трёх попыток, но двух мне может не хватить».

Саша: «Если так, то мне для этого хватит четырёх попыток, но трёх может не хватить».

Какое число было сообщено Саше?

24. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 7–8.7; 9.6) Найдите наименьшее натуральное N такое, что десятичная запись числа $999N$ состоит из одних семёрок.

25. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 7–8.7; 9.6) Найдите наименьшее натуральное число, оканчивающееся на цифру 2, которое удваивается, если переставить эту цифру в начало.