

## Подсчёт двумя способами

В некоторых задачах можно получить нужное уравнение, если вычислить двумя способами одну и ту же величину. Трудность состоит в том, чтобы додуматься — какую именно величину подсчитывать двумя способами.

**ЗАДАЧА 1.** Тридцать школьников — семиклассников и восьмиклассников — обменялись рукопожатиями. При этом оказалось, что каждый семиклассник пожал руку восьми восьмиклассникам, а каждый восьмиклассник пожал руку семи семиклассникам. Сколько было семиклассников и сколько восьмиклассников?

**РЕШЕНИЕ.** Пусть  $x$  — число семиклассников,  $y$  — число восьмиклассников; тогда  $x + y = 30$ . Второе уравнение мы получим, если подсчитаем двумя способами общее количество рукопожатий. С одной стороны, число рукопожатий равно  $8x$ , поскольку от каждого семиклассника «исходит» 8 рукопожатий. С другой стороны, число рукопожатий равно  $7y$ , так как от каждого восьмиклассника «исходит» 7 рукопожатий. Следовательно,  $8x = 7y$ . Решая полученную систему уравнений, находим:  $x = 14$ ,  $y = 16$ .

**ЗАДАЧА 2.** (*Турнир им. Ломоносова, 1985*) Было 7 пустых ящиков. В некоторые из них положили еще по 7 пустых ящиков и т. д. В итоге стало 10 непустых ящиков. Сколько всего стало ящиков?

**РЕШЕНИЕ.** Если ящик  $A$  лежит непосредственно в ящике  $B$ , то будем говорить, что из ящика  $A$  в ящик  $B$  идёт стрелка. Пусть всего стало  $x$  ящиков. Подсчитаем двумя способами общее количество стрелок. С одной стороны, оно равно  $x - 7$ , поскольку из каждого ящика, кроме начальных семи, выходит ровно одна стрелка. С другой стороны, число стрелок равно  $10 \cdot 7 = 70$ , поскольку в каждый из 10 непустых ящиков входит ровно 7 стрелок (а ни в какой пустой ящик стрелка не входит). Следовательно,  $x - 7 = 70$ , откуда  $x = 77$ .

Данную задачу можно решить и по-другому. На каждом шаге процесса заполняется ровно один ящик — в него кладутся 7 ящиков. Поскольку вначале все ящики пусты, сделано 10 шагов, то есть добавлено 70 ящиков. Плюс семь начальных — итого 77 ящиков.

## Задачи

**1.** (*Всеросс., 2020, ШЭ, 7.6*) У Кощея Бессмертного есть 11 больших сундуков. В некоторых из них лежит по 8 средних сундуков. А в некоторых средних лежит по 8 маленьких сундуков. В сундуках больше ничего не лежит. Всего у Кощея 102 пустых сундука. Сколько всего сундуков у Кощея?

□

**2.** (*«Физтех», 2013, 8–11*) В большую коробку положили 10 коробок поменьше. В некоторые из них положили 10 коробок ещё поменьше. В некоторые из этих последних коробок положили 10 коробок ещё меньшего размера и так далее. В результате оказалось, что имеется ровно 2000 коробок, в которых что-то лежит. Какое наибольшее число коробок могут при этом быть пустыми?

□

3. (*Турнир им. Ломоносова, 1985*) В классе каждый мальчик дружит ровно с двумя девочками, а каждая девочка — ровно с тремя мальчиками. Ещё известно, что в классе 31 пионер и 19 парт. Сколько человек в этом классе?

33

4. (*Математический праздник, 1996, 7*) По кругу расставлены цифры 1, 2, 3, ..., 9 в произвольном порядке. Каждые три цифры, стоящие подряд по часовой стрелке, образуют трёхзначное число. Найдите сумму всех девяти таких чисел. Зависит ли она от порядка, в котором записаны цифры?

4995; не зависи

5. (*Математический праздник, 1996, 7*) Футбольный мяч сшит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и чёрных пятиугольников. Каждый чёрный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с тремя чёрными и тремя белыми. Сколько лоскутков белого цвета?

20

6. (*Математический праздник, 1998, 7*) В банановой республике прошли выборы в парламент, в котором участвовали все жители. Все голосовавшие за партию «Мандарин» любят мандарины. Среди голосовавших за другие партии 90% не любят мандарины. Сколько процентов голосов набрала партия «Мандарин» на выборах, если ровно 46% жителей любят мандарины?

40%

7. (*«Физтех», 2014, 7–8*) Олег с папой пошли в тир. Они договорились, что Олег делает шесть выстрелов и за каждое попадание в цель получает право сделать ещё два выстрела. Всего Олег сделал 20 выстрелов. Сколько раз он попал в цель?

7

8. (*«Физтех», 2014, 7–8*) У Царя Гороха было четверо сыновей, а дочерей не было. Его потомки тоже не имели дочерей, среди них 25 имели каждый по три сына, а у остальных вообще не было детей. Сколько потомков было у царя Гороха?

67

9. (*Турнир городов, 2013, 8–9*) Про группу из пяти человек известно, что: Алёша на 1 год старше Алексеева, Боря на 2 года старше Борисова, Вася на 3 года старше Васильева, Гриша на 4 года старше Григорьева, а ещё в этой группе есть Дима и Дмитриев. Кто старше и на сколько: Дима или Дмитриев?

Дмитриев старше Дима на 1 год

10. (*Всеросс., 2012, МЭ, 11*) Туристическая фирма провела акцию: «Купи путёвку в Египет, приведи четырёх друзей, которые также купят путёвку, и получи стоимость путёвки обратно». За время действия акции 13 покупателей пришли сами, остальных привели друзья. Некоторые из них привели ровно по 4 новых клиента, а остальные 100 не привели никого. Сколько туристов отправились в Страну Пирамид бесплатно?

29