

Шахматная раскраска

1. («Ломоносов», 2019, 5–6.5, 7–8.6) Из 24 одинаковых деревянных кубиков склеили «трубу» — куб $3 \times 3 \times 3$ с убранный «сердцевиной» из трёх кубиков (см. рисунок). Можно ли в каждом квадратице на поверхности «трубы» провести диагональ так, чтобы получился замкнутый путь, который ни через одну вершину не проходит дважды?



2. (Турнир городов, 2017, 8–11) В каждой клетке доски 8×8 написали по одному натуральному числу. Оказалось, что при любом разрезании доски на доминошки суммы чисел во всех доминошках будут разные. Может ли оказаться, что наибольшее записанное на доске число не больше 32?

3. (Турнир городов, 2017, 8–9) Квадратная коробка конфет разбита на 49 равных квадратных ячеек. В каждой ячейке лежит шоколадная конфета — либо чёрная, либо белая. За один присест Саша может съесть две конфеты, если они одного цвета и лежат в соседних по стороне или по углу ячейках. Какое наибольшее количество конфет гарантированно может съесть Саша, как бы ни лежали конфеты в коробке?