

Планиметрия на входе в 9 класс

Начиная с 9 класса проводится заключительный этап олимпиады «Физтех» — важнейшей олимпиады абитуриентов. Опыт показывает, что большинство олимпиадников решают вопрос поступления в вуз именно на «Физтехе», поэтому подготовка к «Физтеху» является одной из главных целей наших занятий. А геометрия на «Физтехе» играет исключительно важную роль.

Вариант «Физтеха» в 9 классе состоит из семи задач (на олимпиаде 2021 года, проходившей дистанционно, задач было шесть), две из которых — по планиметрии. Это много. Поэтому чтобы всерьёз рассчитывать на диплом, планиметрию надо решать уверенно¹.

Программа олимпиады «Физтех» в 9 классе опирается на программу ЗФТШ, но при этом опережает её². Соответственно, и нам нужно быстрее двигаться вперёд, чтобы как можно больше поработать с олимпиадными задачами к февралю. Поэтому весьма желательно не тратить драгоценное время 9 класса на изучение стандартных приёмов, а освоить данный материал весной-летом 8 класса.

1 Задание ЗФТШ «Планиметрия-1»

Проработайте теорию первого задания ЗФТШ «[Планиметрия-1](#)» (в папке по ссылке лежит несколько заданий разных лет; они более-менее одинаковы, читайте последнее). Делать это желательно с ручкой и бумагой, чтобы как можно глубже вникнуть в разбираемые там примеры.

Если получится сделать домашнее задание (ответить на контрольные вопросы и решить задачи), то это будет просто здорово.

Однако материала первого задания ЗФТШ для наших целей окажется недостаточно — чтобы обсуждать за олимпиадные задачи (например, «Физтеха» или «Ломоносова» 9 класса), нам понадобятся некоторые дополнительные сведения. Дальнейшие ссылки даются на литературу, расположенную в папке «[Пособия по планиметрии](#)».

2 Вписанные углы

В некоторых школах данную тему проходят в 9 классе, но нам нужно знать её прямо сейчас. Поэтому если вы в 8 классе это не проходили, то стоит поработать с учебником [1].

1. Прочитайте материал раздела 5.2 («Измерение углов, связанных с окружностью»). Разберитесь в доказательствах теорем 5.3 — 5.7. Потренируйтесь в решении задач 566 — 587. Особое внимание обращайте на задачи с пометками (в), (п), (т) — это соответственно важные, полезные и трудные задачи.
2. Из раздела 5.3 нужны теоремы 5.8 — 5.10. Смотрите также задачи 588 — 590.
3. Будет замечательно, если вы прочитаете материал раздела 5.4 и порешаете как можно больше задач к нему (614 — 648). Задач тут, как видите, много, но оно и понятно: метод вспомогательной окружности — очень популярная олимпиадная тема.
4. Сокращённый вариант вышеперечисленного материала по вписанным углам: книжка [2], страницы 132 — 136 и задачи 13.1 — 13.12, 13.15 — 13.17, 13.21.

¹Естественно, и на других олимпиадах планиметрия очень важна. Так, на «Ломоносове» обычно даётся две задачи по планиметрии из восьми, на «Курчатове» — одна из пяти.

²Так, в программе ЗФТШ 9 класса два задания по планиметрии. «Планиметрия-1» — это первое (сентябрьское) задание, а вот «Планиметрия-2» — только лишь пятое (февраль-март). Учитывая, что заключительный этап «Физтеха» проводится в конце февраля, ждать «Планиметрию-2» у нас совершенно нет времени.

3 Тригонометрические функции

Нужно быстро (почти не задумываясь) писать значения синуса и косинуса основных углов **тригонометрического круга**. Не учите таблицы значений, а старайтесь держать в памяти эту картинку круга. В геометрии нам нужны лишь первая и вторая четверти, то есть промежуток углов от 0 до 180° . Помните, что

- синус тупого угла положителен и равен синусу смежного с ним острого;
- косинус тупого угла отрицателен и равен минус косинусу смежного с ним острого.

Повторить тригонометрические функции можно в учебнике [1] на страницах 239 — 243.

4 Площадь

1. В качестве повторения сделайте из задачника [3] задачи 2.469, 2.472, 2.474, 2.481, 2.484, 2.486, 2.494.
2. Докажите, что площадь треугольника вычисляется по формуле

$$S = \frac{1}{2}ab \sin \varphi,$$

где a и b — стороны треугольника, φ — угол между ними.

3. Докажите, что площадь выпуклого четырёхугольника равна половине произведения диагоналей на синус угла между ними.

5 Теорема косинусов и теорема синусов

В учебнике [1] это раздел 7.2, теоремы 7.5 и 7.6 соответственно. Знать их нужно обязательно, поскольку они являются двумя самыми важными метрическими соотношениями в треугольнике. Теорема косинусов позволяет найти третью сторону треугольника по двум сторонам и углу между ними, а теорема синусов (помимо других полезных функций) является основным инструментом для нахождения радиуса описанной вокруг треугольника окружности.

1. Если есть желание потренироваться в совсем элементарных вещах, то решайте задачи из диапазона 871 — 938 после раздела 7.2 учебника [1]. Уверен, что впоследствии вы не скажете себе спасибо за то, что потратили время на эту работу.
2. Докажите тождество параллелограмма: сумма квадратов диагоналей равна удвоенной сумме квадратов его сторон.
3. Более содержательные задачи из [1]: 939, 942, 945 (формула медианы), 950, 951, 953, 954.
4. $AB = 10$, $AC = 9$, $\angle ABC = 60^\circ$. Найдите BC . Объясните результат.
5. Стороны треугольника равны 1 и 2, угол между ними равен 120° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника. (Подобная задача нам будет встречаться неоднократно как часть какой-либо олимпиадной задачи.)

